INSTITUTO SUPERIOR POLITÉCNICO DE TECNOLOGIAS E CIÊNCIAS

Exame de Recurso

DISCIPLINA	Cálculo Diferencial e Integral III				SEMESTRE	2021/1
CURSO	Engenharia e Geociências	TURMA		DOCENTE		
NOME DO ESTUDANTE				Nº DA MATRÍCULA		
DATA	21/02/2022	INÍCIO	14h:00	DURAÇÃO		150 minutos

APRESENTE OS CÁLCULOS EFECTUADOS E JUSTIFIQUE AS SUAS RESPOSTAS

1. Considere a função $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x,y,z) = e^{yx}z + \sin(z)$.
   a) Indique qual a direcção, no ponto $(1,1,\pi)$, em que a função cresce mais rapidamente. (1,0 valor)
   b) Determine a derivada direccional de f na direcção do vector unitário $\vec{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$, no ponto $(1,1,\pi)$. (1,0 valor)
   c) Determine o plano tangente à superfície de nível definida por $f(x,y,z) = e\pi$, no ponto $(1,1,\pi)$. (1,0 valor)

2. Inverta a ordem de integração e depois calcule o integral

$$\int_0^1 \int_y^{\sqrt{y}} x^2 + y \, dx \, dy.$$

(3,0 valores)

3. Calcule

$$\iiint_E \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz,$$

onde $E \subset \mathbb{R}^3$ é o sólido limitado pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$, pelo plano $z = 4$ e pelo parabolóide $z = 1 - x^2 - y^2$. (3,5 valores)

4. Considere C um arco de hélice cilíndrica, parametrizado pelo caminho $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$, onde $t \in [0, 4\pi]$, e com função de densidade de massa dada por $\varphi(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$. Determine a massa do arco. (3,5 valores)

INSTITUTO SUPERIOR POLITÉCNICO DE TECNOLOGIAS E CIÊNCIAS

Exame

DISCIPLINA	Cálculo Diferencial e Integral III				SEMESTRE	2022/1
CURSO	Engenharias e Geociências	TURMA		DOCENTE		
NOME DO ESTUDANTE				Nº DA MATRÍCULA		
DATA	23/01/2022	INÍCIO	14h:00	DURAÇÃO		150 minutos

APRESENTE OS CÁLCULOS EFECTUADOS E JUSTIFIQUE AS SUAS RESPOSTAS

1. Considere a função $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + x - y.$$

   a) Determine os valores extremos de f na região $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 2\}$ e os respectivos pontos onde estes são atingidos. (1.5 valores)
   b) Determine os valores extremos globais de f no disco $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$ e os respectivos pontos onde estes são atingidos. (1.5 valores)

2. Inverta a ordem de integração e depois calcule o integral

$$\int_0^2 \int_{2x}^{6-x} \cos(x) + y \, dy dx.$$

(3.0 valores)

3. Use coordenadas esféricas para determinar o volume do sólido que fica acima do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e abaixo da superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = z$. (3.5 valores)

4. Um arame uniforme muito fino tem a forma de uma semi-circunferência. Determine as coordenadas do centro de massa.
Sugestão: Considere que a semi-circunferência tem o centro na origem, o raio r, e o diâmetro sobre o eixo dos xx. (3.5 valores)

INSTITUTO SUPERIOR POLITÉCNICO DE TECNOLOGIAS E CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIAS E TECNOLOGIAS - DET

DISCIPLINA	CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III	EXAME DE RECURSO Variante C
CURSO	ENGENHARIA/GEOCIÊNCIAS	TARDE
DOCENTE	[illegible]	Duração: 150 min
NOME	[illegible]	Data: 22/02/2021
		Nº [illegible]

Na resposta a cada item, apresente todas as justificações necessárias.

É permitido o uso de qualquer instrumento de auxílio a cálculo.

1. Seja a integral dupla: $\int [illegible] dx \int [illegible] f(x,y)dy$

   a) Inverter a ordem da integral

   b) Calcule o valor da integral se $f(x,y)=x$

2. Calcule o volume do sólido compreendido entre as superfícies: $x^2+y^2 \le z \le 8-x^2-y^2$.

3. Qual é o momento de inércia em relação ao plano xOy, do sólido de den[...] pontual $\delta(x,y,z)=|z|$ e limitado pelas superfícies $z \ge \sqrt{x^2+y^2}$ e $x^2+y^2+z^2 \le 4$ [...]

4. Calcule as integrais curvilíneas

   a) $\int_C (xy+\ln x)ds$, onde C é o arco da parábola $y=x^2$ de (1,1) a (3,9).

   b) $\int_C (x^2+y^2-z)ds$, onde C é a intersecção das superfícies $x^2+y^2+z^2=8z$ e z[...]

5. Calcule a massa de um fio que tem a forma de uma parábola $y=x^2$, [...] dentro da circunferência de equação $x^2+y^2=2$ desde $A(-1,1)$ a $B(1,1)$, [...] densidade pontual $\delta(x,y)=\sqrt{y}$.

Cotação: 1. a) 2 v ; b) 2 v; 2. 4v; 3. 3 v; 4. a) 2,5 v, b) 2,5 v; 5. 4 v

Antes de você falar, ouça. Antes de agir, pense. Antes de criticar, conheça. E antes de desi[...]

Desc

Exame de Recurso

INSTITUTO SUPERIOR POLITÉCNICO DE TECNOLOGIAS E CIÊNCIAS

5. Calcule o trabalho realizado pelo campo $\vec{F}(x,y,z)=e^{x-y}\vec{i}+e^{y+z}\vec{j}-xy\vec{k}$ ao longo de γ, onde γ é o segmento de recta que une $(1,-1,2)$ e $(3,3,3)$. (3,5 valores)

6. Determine $\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$, onde $\vec{F}(x,y,z)=xy\vec{i}+yz\vec{j}+zx\vec{k}$ e S é a parte do parabolóide $z=4-x^2-y^2$, que fica acima do quadrado $0\le x\le 1$, $0\le y\le 1$ e tem orientação "para cima". (3,5 valores)

FIM

Exame Especial

DISCIPLINA	Cálculo Diferencial e Integral II			SEMESTRE		
CURSO	Engenharia e Geociências	TURMA		DOCENTE		
NOME DO ESTUDANTE				Nº DA MATRÍCULA		
DATA		INÍCIO	14h00	DURAÇÃO	150 minutos	

APRESENTE OS CÁLCULOS EFECTUADOS E JUSTIFIQUE AS SUAS RESPOSTAS

1. Considere a função $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ dada por $f(x,y,z)=e^{xy}z+\sin(z)$.
   a) Indique qual a direcção, no ponto $(1,1,\pi)$, em que a função cresce mais rapidamente. (1,0 valor)
   b) Determine a derivada direccional de f na direcção do vector unitário $e=\left(\frac{1}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$, no ponto $(1,1,\pi)$. (1,0 valor)
   c) Determine o plano tangente à superfície de nível definida por $f(x,y,z)=e\pi$, no ponto $(1,1,\pi)$. (1,0 valor)

2. Inverta a ordem de integração e depois calcule o integral

$$\int_0^1\int_y^{\sqrt{y}} x^2+y\,dx\,dy.$$

(3,0 valores)

3. Determine o volume do sólido T limitado pelos planos $x+2y+z=2$, $x=2y$, $x=0$, e $z=0$. (3,5 valores)

4. Calcule

$$\iiint_E \sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy\,dz,$$

onde $E\subset\mathbb{R}^3$ é o sólido limitado pelo cilindro $x^2+y^2=1$, pelo plano $z=4$ e pelo parabolóide $z=1-x^2-y^2$. (3,5 valores)

Exame de Recurso

DISCIPLINA	Cálculo Dilerencial e Integral III			SEMESTRE	2021/1
CURSO	Engenharia e Geociências	TURMA		DOCENTE	
NOME DO ESTUDANTE				Nº DA MATRÍCULA	
DATA	21/02/2022	INÍCIO	14h00	DURAÇÃO	150 minutos

APRESENTE OS CÁLCULOS EFECTUADOS E JUSTIFIQUE AS SUAS RESPOSTAS

1. Considere a função $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ dada por $f(x,y,z)=e^{xy}z+\sin(z)$.
   a) Indique qual a direcção, no ponto $(1,1,\pi)$, em que a função cresce mais rapidamente. (1,0 valor)
   b) Determine a derivada direccional de f na direcção do vector unitário $e=\left(\frac{1}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$, no ponto $(1,1,\pi)$. (1,0 valor)
   c) Determine o plano tangente à superfície de nível definida por $f(x,y,z)=e\pi$, no ponto $(1,1,\pi)$. (1,0 valor)

2. Inverta a ordem de integração e depois calcule o integral

$$\int_0^1\int_y^{\sqrt{y}} x^2+y\,dx\,dy.$$

(3,0 valores)

3. Calcule

$$\iiint_E \sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy\,dz,$$

onde $E\subset\mathbb{R}^3$ é o sólido limitado pelo cilindro $x^2+y^2=1$, pelo plano $z=4$ e pelo parabolóide $z=1-x^2-y^2$. (3,5 valores)

4. Considere C um arco de hélice cilíndrica, parametrizado pelo caminho $\vec{r}(t)=(\cos t,\sin t,t)$, onde $t\in[0,4\pi]$, e com função de densidade de massa dada por $\varphi(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$. Determine a massa do arco. (3,5 valores)